

La diffrazione - guida

La diffrazione è una caratteristica generale dei fenomeni ondulatori che si manifesta ogni volta che una porzione di un fronte d'onda, sia esso di suono, di onde di materia o di luce, investe un ostacolo, sia opaco che trasparente (ad esempio si manifesta quando un fascio luminoso illumina il bordo di un ostacolo, attraversa un foro, una oppure più fenditure praticate su uno schermo, illumina un piccolo oggetto come un capello...).

Il fronte d'onda viene alterato (in fase o in ampiezza) e la propagazione non è più rettilinea. Al di là dell'ostacolo i fronti d'onda interferiscono. Si produce una distribuzione di intensità (diffrazione).

Non c'è nessuna distinzione fisica fra diffrazione e interferenza:

- **interferenza** sovrapposizione di poche onde
- **diffrazione** sovrapposizione di molte onde

[[Propagazione della luce](#)] [[Singola fenditura: posizione dei minimi](#)]
 [[Singola fenditura: \$I\(\theta\)\$](#)] [[Doppia fenditura](#)] [[Reticoli di diffrazione](#)]
 [[Dispersione e potere risolvibile di un reticolo](#)] [[Nodi concettuali](#)]

Propagazione della luce

Principio di Huygens: Ciascun punto di un fronte d'onda si comporta come una sorgente puntiforme secondaria di fronti d'onda sferici: la forma in cui evolve il fronte d'onda è data dall'involuppo di tutti i fronti d'onda sferici delle sorgenti secondarie.

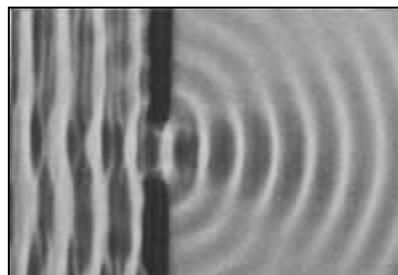
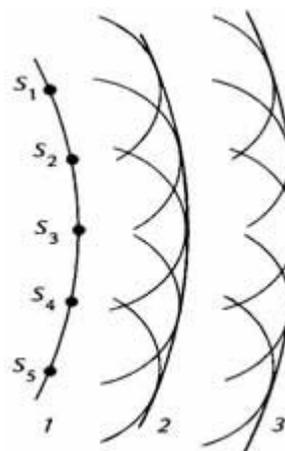
Principio di Huygens-Fresnel: Ciascun punto di un fronte d'onda si comporta come una sorgente puntiforme secondaria che ha la stessa frequenza di quella primaria: l'onda al di là dell'ostacolo è data dalla sovrapposizione di tutte le onde sferiche delle sorgenti secondarie.

Osservazione qualitativa con l'ondoscopio:

Si possono riconoscere gli aspetti caratteristici del fenomeno della diffrazione osservando come si propagano i fronti d'onda sulla superficie dell'acqua contenuta nella vaschetta di un ondoscopio in presenza di un'apertura fra due ostacoli immersi nell'acqua. In particolare si possono confrontare i caso in cui la lunghezza d'onda λ è rispettivamente maggiore/minore della larghezza a dell'apertura e nel caso in cui sia:

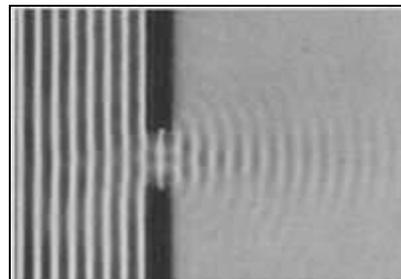
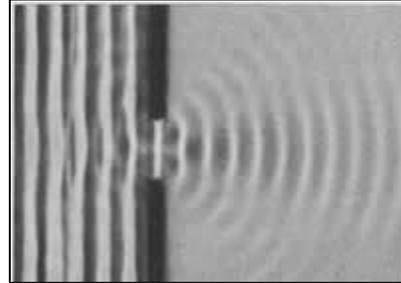
$$\lambda > a$$

L'onda, al di là dell'apertura, si propaga in tutte le direzioni (onda sferica)



$$\lambda < a$$

L'onda, al di là dell'apertura, si propaga in linea retta, nella zona centrale. Ai lati si osserva la deformazione del fronte d'onda tipica dei fenomeni di diffrazione



È relativamente semplice trattare la diffrazione luminosa ponendosi nelle cosiddette condizioni di Fraunhofer. Nel caso di un'apertura sussiste la seguente:

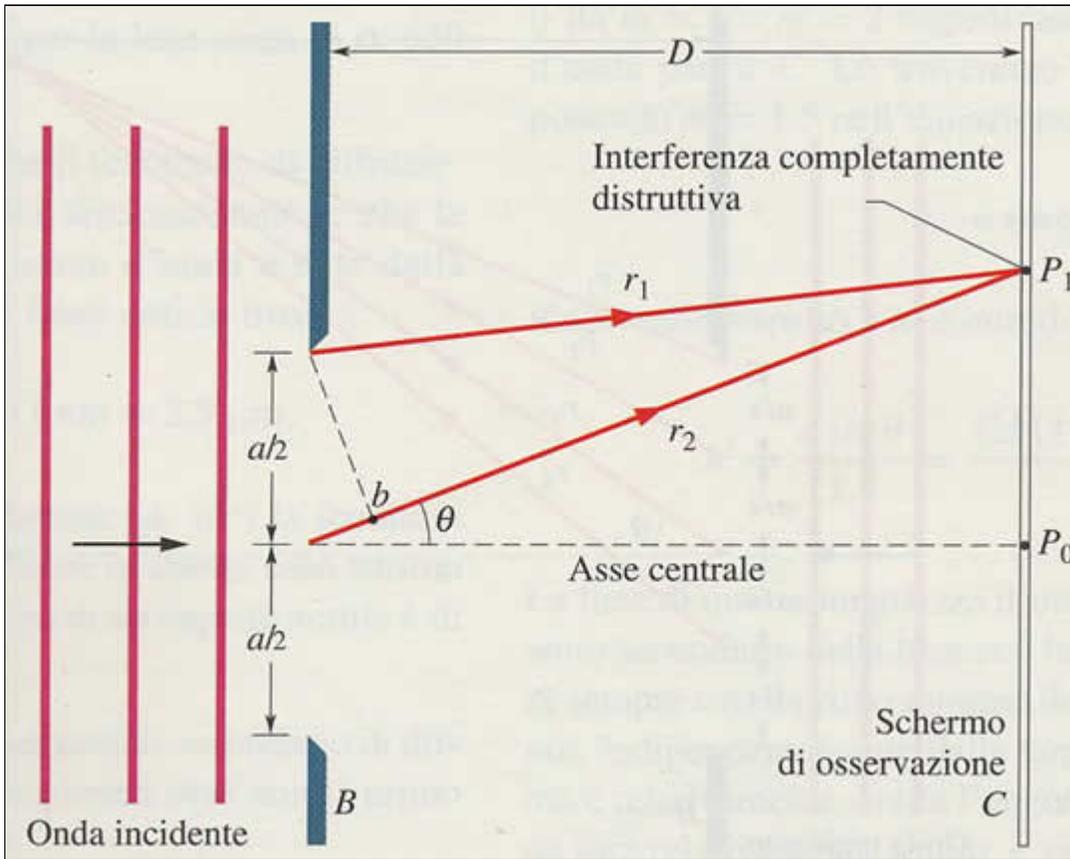
Regola pratica per la diffrazione alla Fraunhofer $R > \frac{a^2}{\lambda}$

R = minimo fra la distanza della sorgente puntiforme dalla fenditura e della fenditura dallo schermo
 a = larghezza della fenditura

Essa è la condizione per cui sia sulla fenditura, sia sullo schermo di osservazione incide un'onda che si può considerare piana.

Diffrazione da singola fenditura: posizione dei minimi

La differenza di cammino delle onde secondarie generate dal bordo superiore della fenditura e dal suo punto medio è pari a $a/2 \sin \theta$, per distanze sufficientemente grandi tra fenditura e schermo di osservazione (condizione di Fraunhofer).



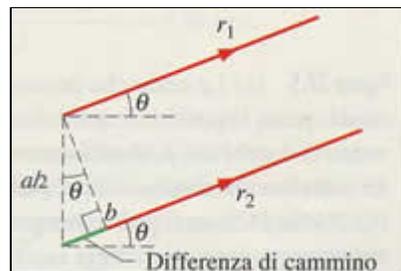
Se la differenza di cammino è pari a mezza lunghezza d'onda le onde interferiscono distruttivamente.

condizione di interferenza distruttiva sullo schermo:

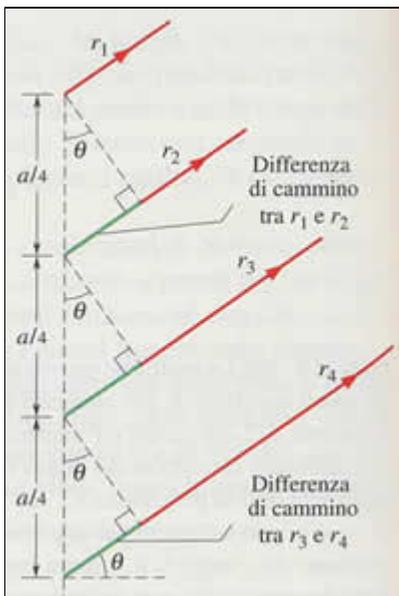
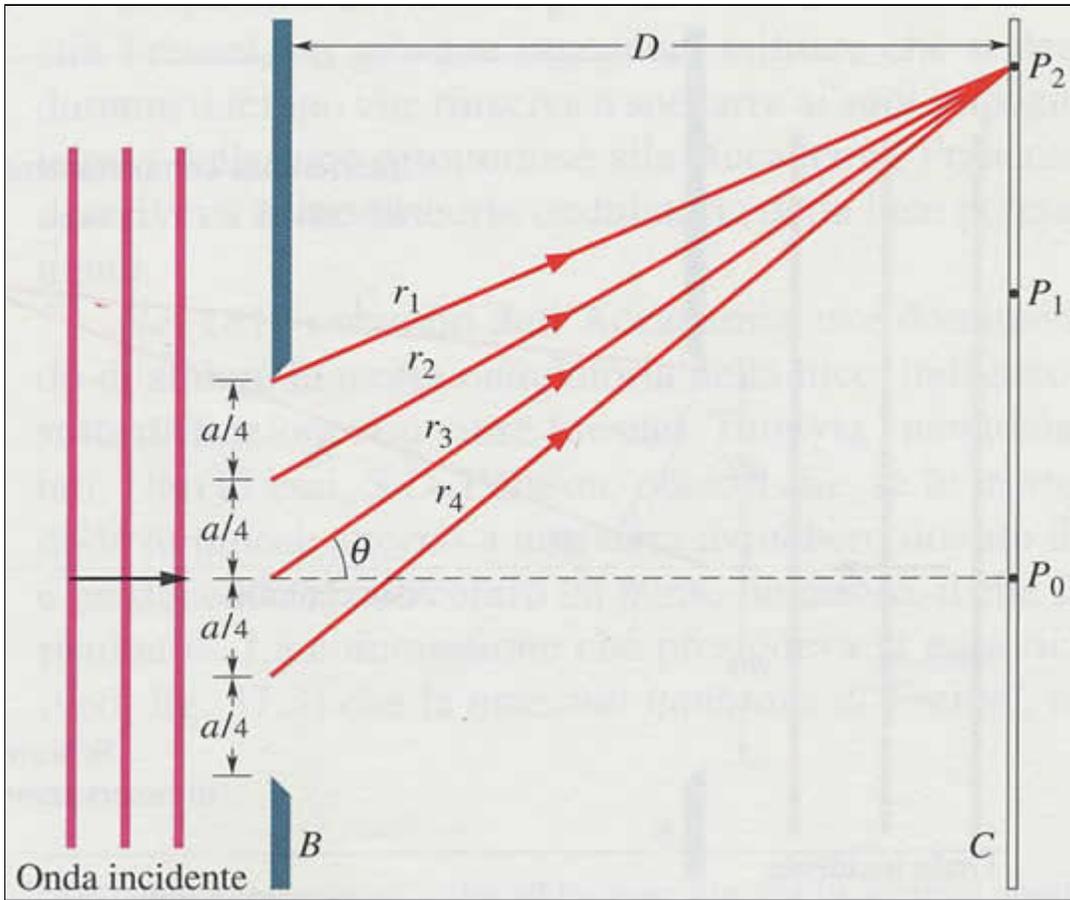
$$\frac{a}{2} \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

$$a \sin \theta = \lambda$$

Si può pensare la fenditura come formata da un grande numero di punti ciascuno sorgente di onde secondarie. Per ogni coppia di onde secondarie provenienti da punti della fenditura separati da una distanza pari a $a/2$ si verifica la condizione ottenuta.



Si può generalizzare la condizione precedente considerando la situazione in cui la differenza di cammino sia pari a un mezza lunghezza d'onda per onde generate da punti distanti $a/4$ fra loro. In questo caso l'interferenza distruttiva si avrà in un punto $P_2 \neq P_1$.



Condizione di interferenza distruttiva sullo schermo:

$$\frac{a}{4} \sin \theta = \frac{\lambda}{2}$$

$$a \sin \theta = 2\lambda$$

$$a \sin \theta = m\lambda \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

La condizione precedente permette soltanto di individuare la posizione dei minimi, ma non consente di ricostruire la distribuzione spaziale dell'intensità luminosa che si osserva sullo schermo. Per ottenere tale distribuzione si può considerare l'**interferenza di onde monocromatiche polarizzate** descritte da onde sinusoidali.

Nel caso in cui si consideri l'interferenza di onde generate da due sole sorgenti l'intensità si ottiene facilmente ricordando che essa è proporzionale al quadrato dell'ampiezza dell'onda.

$$E_1 = E_0 \sin(kx - \omega t)$$

$$E_2 = E_0 \sin(kx - \omega t + \varphi)$$

$$E = E_1 + E_2 = 2E_0 \sin\left(kx - \omega t + \frac{\varphi}{2}\right) \cos \frac{\varphi}{2}$$

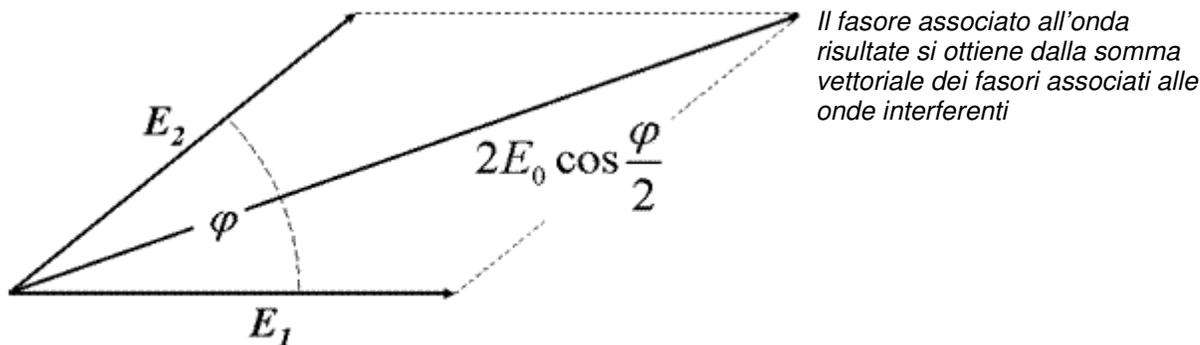
$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 \propto \langle E_0^2 \sin^2(kx - \omega t) \rangle = \frac{1}{2} E_0^2$$

$$\bar{I} = 4 \frac{1}{2} E_0^2 \cos^2 \frac{\varphi}{2} = 4I_1 \cos^2 \frac{\varphi}{2}$$

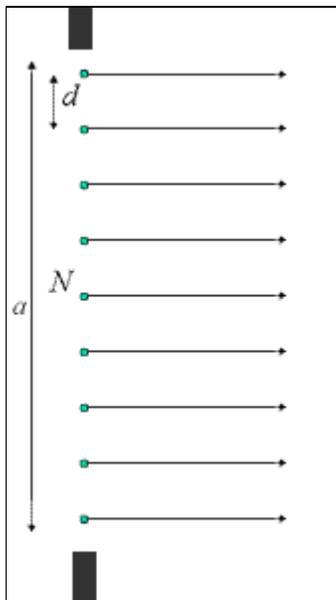
Si può interpretare geometricamente il risultato supponendo l'onda sinusoidale come proiezione in una direzione fissata di un vettore di ampiezza pari all'ampiezza dell'onda, che ruota con velocità angolare ω uguale alla frequenza dell'onda.

Fasore: vettore rotante di modulo pari all'ampiezza dell'onda e di angolo di rotazione pari alla fase dell'onda.

L'ampiezza istantanea dell'onda è data dalla proiezione del fasore lungo una data direzione.



Diffrazione da singola fenditura: $I(\theta)$

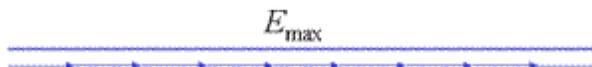


I fasori corrispondono alle onde elementari provenienti da segmenti adiacenti della fenditura.

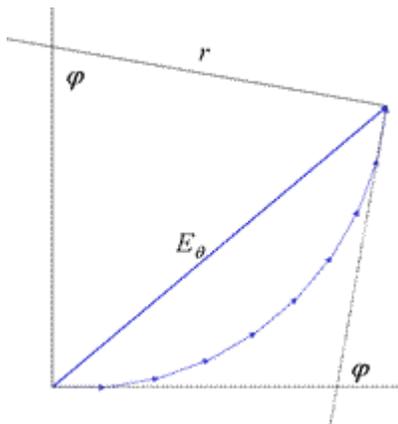
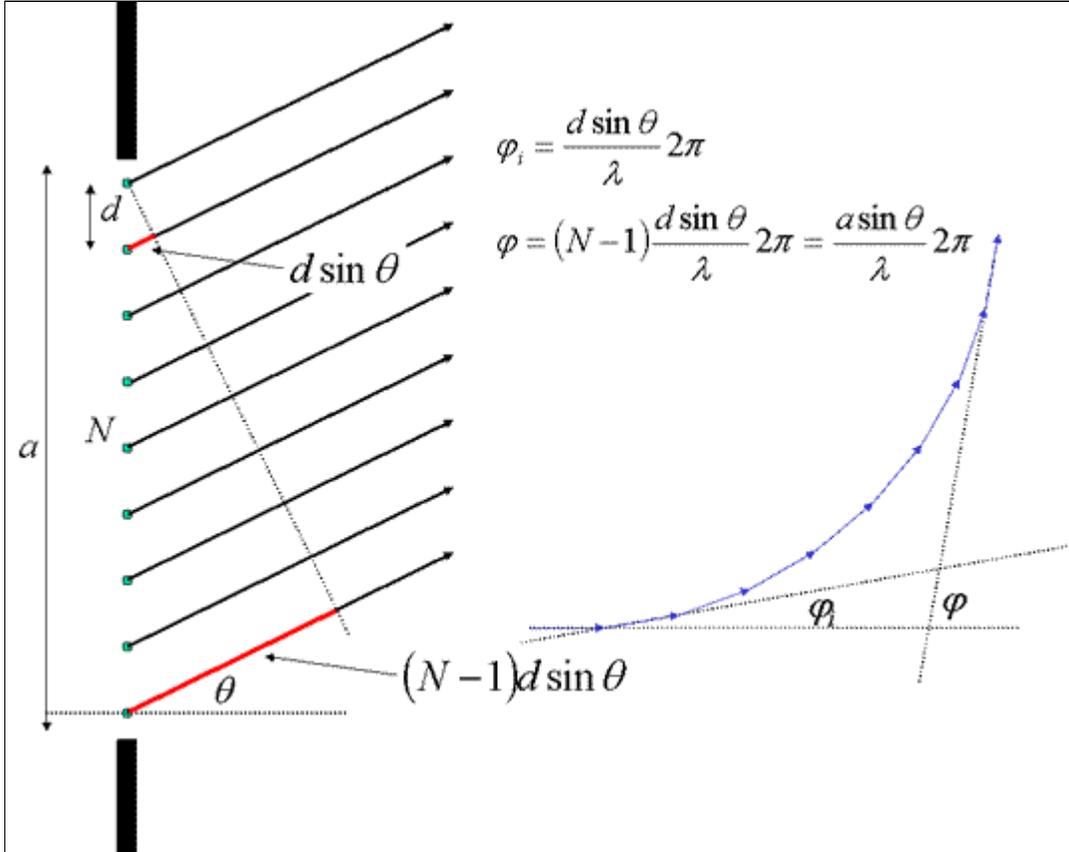
Se si osserva l'onda di fronte alla fenditura, la differenza di fase tra le onde elementari è nulla ed è quindi nullo anche l'angolo tra ogni coppia di fasori adiacenti.

L'ampiezza data dalla sovrapposizione delle onde elementari è massima

$$I_{\max} \propto E_{\max}^2$$



Se si osserva l'onda ad un angolo θ , la differenza di fase tra due onde generate da sorgenti adiacenti è φ_i . La differenza di fase tra le onde generate dai punti estremi della fenditura è $\varphi = (N-1)\varphi_i$ (se si considera la fenditura composta da n sorgenti elementari, la fenditura viene suddivisa in $N-1$ tratti ciascuno lungo d , in modo che $a = (N-1)d$)

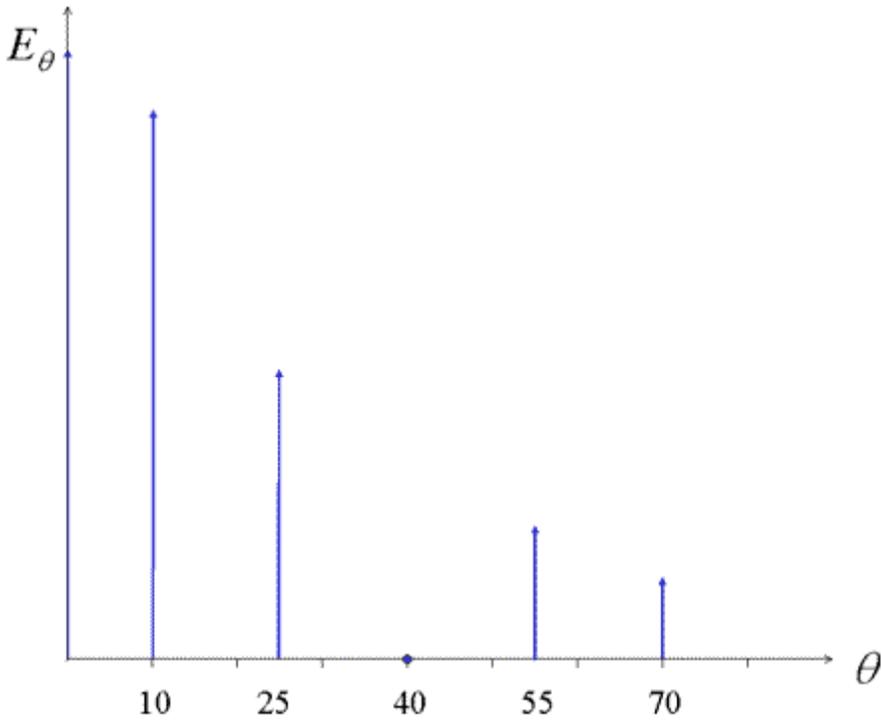
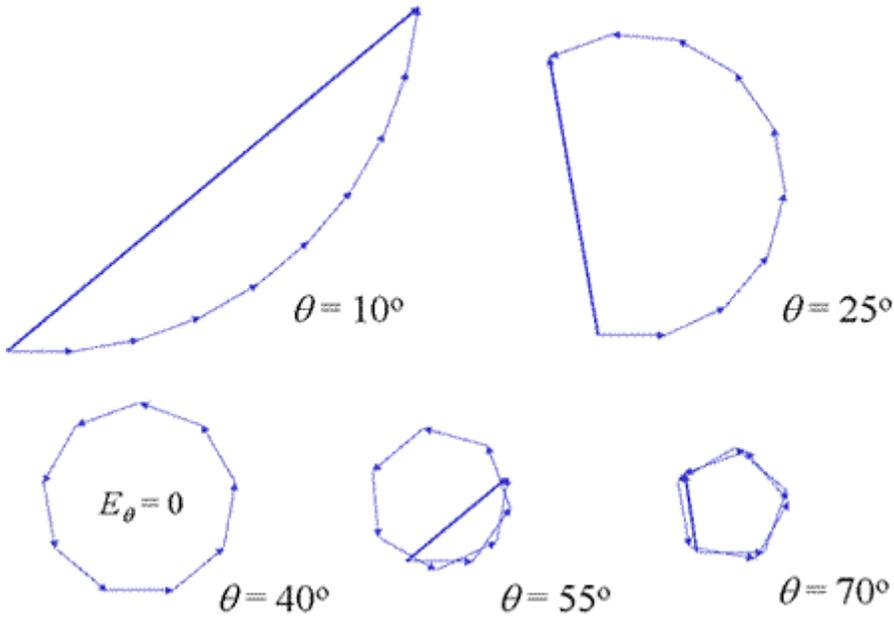


L'ampiezza dell'onda osservata lungo una direzione che forma un angolo θ con la normale allo schermo è E_θ . Essa si ottiene come somma vettoriale dei fasori associati alle diverse sorgenti secondarie di cui si considera composta la fenditura. Con semplici considerazioni geometriche si ottengono lo sfasamento φ , il raggio r e quindi E_θ .

$$\varphi = \frac{a \sin \theta}{\lambda} 2\pi$$

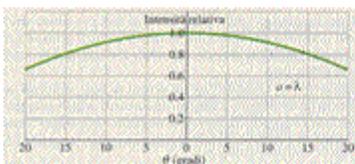
$$r = \frac{E_{\max}}{\varphi} = \frac{E_{\max}}{\frac{a \sin \theta}{\lambda} 2\pi}$$

$$E_\theta = 2r \sin \frac{\varphi}{2} = 2 \frac{E_{\max}}{\frac{a \sin \theta}{\lambda} 2\pi} \sin \left(\frac{\frac{a \sin \theta}{\lambda} 2\pi}{2} \right) = E_{\max} \frac{\sin \left(\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda} \right)}{\frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}} = E_{\max} \frac{\sin \alpha}{\alpha}$$

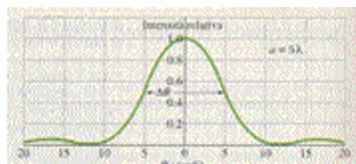


$$E_\theta = E_{\max} \frac{\sin \alpha}{\alpha} \text{ con } \alpha = \frac{\pi a \sin \theta}{\lambda}$$

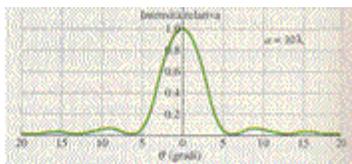
$$I_\theta = I_{\max} \left(\frac{\sin \alpha}{\alpha} \right)^2$$



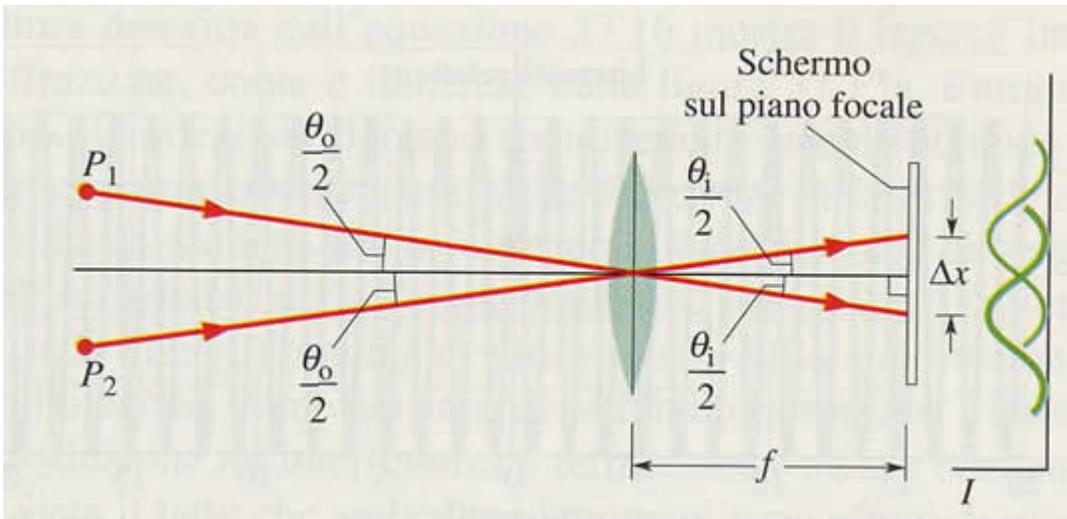
$$a = \lambda$$



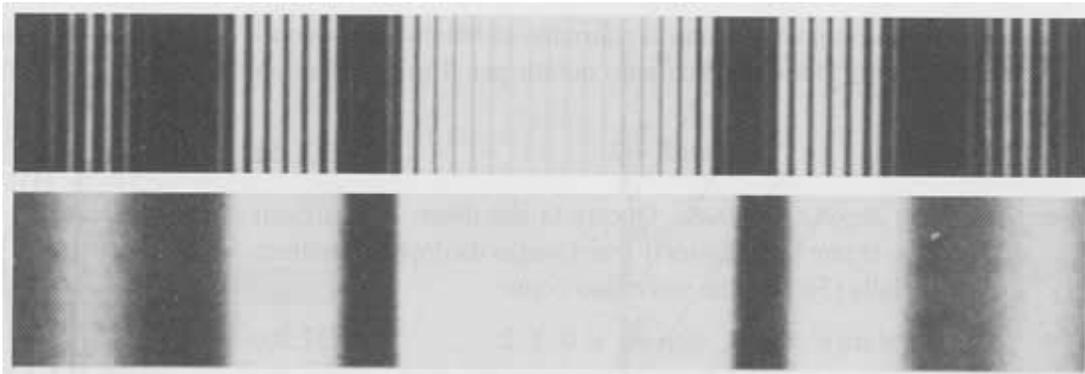
$$a = 5\lambda$$



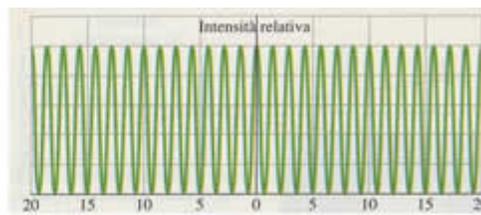
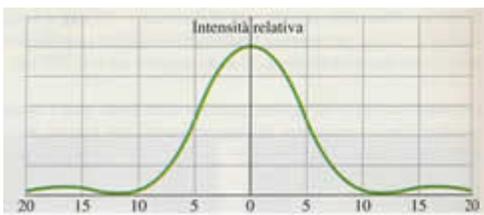
$$a = 10\lambda$$



Diffrazione da doppia fenditura



In alto: Immagine di diffrazione da doppia fenditura;
in basso: Immagine di diffrazione da fenditura singola.

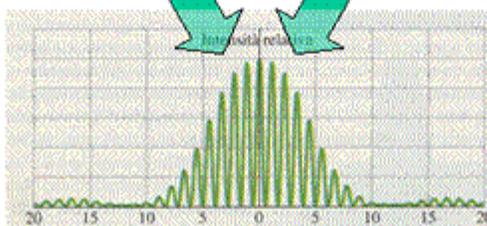
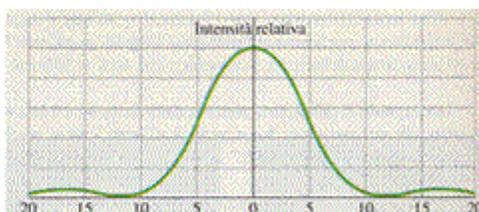
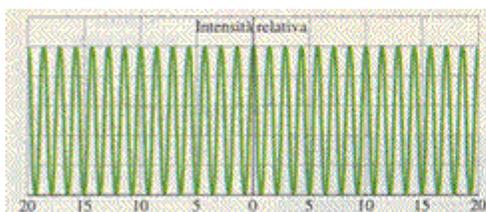


Distribuzione spaziale di intensità per:
una fenditura singola (a sinistra);
due fenditure puntiformi (a destra)

Se si esaminano i casi limite per $b \rightarrow 0$ (le due fenditure si fondono in una sola fenditura) e per $a \rightarrow 0$ (le due sorgenti sono puntiformi) si riconosce il legame intimo tra interferenza e diffrazione.

$$I = I_{\max} \cos^2\left(\frac{\pi b}{\lambda} \sin \theta\right) \left(\frac{\sin\left(\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta\right)}{\frac{\pi a}{\lambda} \sin \theta} \right)^2$$

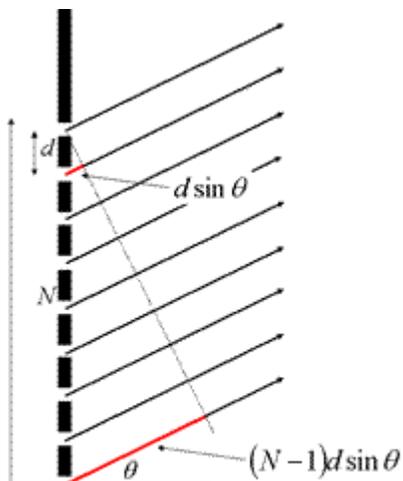
b = distanza fra le fenditure
 a = larghezza di ciascuna fenditura



Distribuzione spaziale di intensità luminosa per diffrazione da doppia fenditura

Reticoli di diffrazione

Nel caso di un reticolo di diffrazione le posizioni dei massimi si ottengono imponendo che le onde giungano in fase

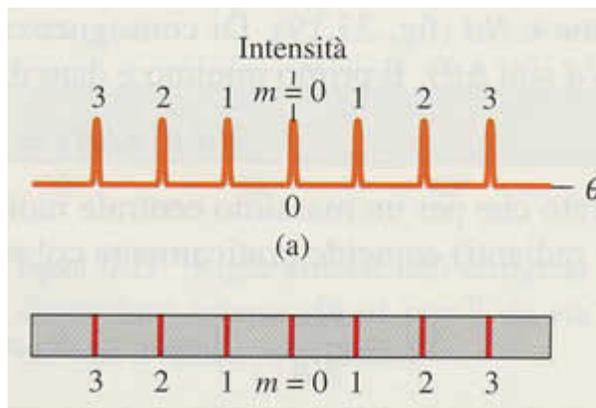


Massimi

$$d \sin \theta = m \lambda \quad \text{con} \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

d = distanza fra una fenditura e l'altra

N.B.: per una sola fenditura c'era a che era la larghezza della fenditura stessa



Larghezza delle righe

Intervallo angolare $\Delta\theta$ tra il centro della riga centrale e la posizione angolare del primo minimo

$$a \sin \theta = \lambda$$

$$Nd \sin(\Delta\theta) \approx Nd\Delta\theta = \lambda$$

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd}$$

N.B.: a parità di λ e di d , la larghezza delle righe diminuisce al crescere di N

Dispersione e potere risolvante di un reticolo

Dispersione: capacità di un reticolo di distinguere angularmente due righe vicine in λ

Potere risolvante: inverso della larghezza di una riga di data λ

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda}$$

$$d \sin \theta = m\lambda$$

$$d \cos \theta \Delta\theta = m\Delta\lambda$$

$$D = \frac{\Delta\theta}{\Delta\lambda} = \frac{m}{d \cos \theta}$$

$$R = \frac{\bar{\lambda}}{\Delta\lambda}$$

$$\Delta\theta = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta}$$

$$\frac{m\Delta\lambda}{d \cos \theta} = \frac{\lambda}{Nd \cos \theta}$$

$$R = \frac{\lambda}{\Delta\lambda} = Nm$$

N.B.: Per avere un'elevata dispersione le incisioni devono essere molto vicine e occorre osservare righe di ordine elevato.

N.B.: per avere un alto potere risolvante il reticolo deve avere molte fenditure e occorre osservare righe di ordine elevato

Nodi concettuali e difficoltà di apprendimento/insegnamento

- costruzione di un fronte d'onda
- congiunzione dei massimi e quindi dei punti alla stessa quota ma non in fase
- difficoltà ad applicare il principio di Huygens-Fresnel (far fare esercizi)
- Interferenza e diffrazione come fenomeni complicati per l'eccessivo formalismo matematico (fare esperienze esplorative e semiquantitative)
- Difficoltà di riconoscimento e classificazione del fenomeno di interferenza o di diffrazione per osservazioni in diverse situazioni e per diversi tipi di onde
- Difficoltà di immaginazione della figura che si formerebbe su uno schermo dalla visione dall'alto delle onde di un ondoscopio (la luce non si vede mentre viaggia ma solo quando viene diffusa in direzione dei nostri occhi da un oggetto)
 - Guardare le onde che si infrangono sul bordo finale dell'ondoscopio e confrontarle con una figura generata da un laser su uno schermo (i nodi dell'acqua corrispondono ai minimi di intensità della luce)
 - visualizzare l'intera figura bidimensionale di interferenza della luce di un laser dopo una fenditura spargendo del fumo
- Confusione fra condizione di interferenza costruttiva per i reticoli di diffrazione e di interferenza distruttiva per le fenditure
- Equivalenza della differenza del cammino ottico a uno sfasamento
- Concetto di cammino ottico

Attività

1 Laboratorio sperimentale (on-line)

- osservazione qualitativa del fenomeno
- acquisizione della figura di diffrazione
- ricerca di regolarità
- formulazione di una legge semiquantitativa
- misura di grandezze caratteristiche

Materiale:

PC e sistema di acquisizione on-line FENTE

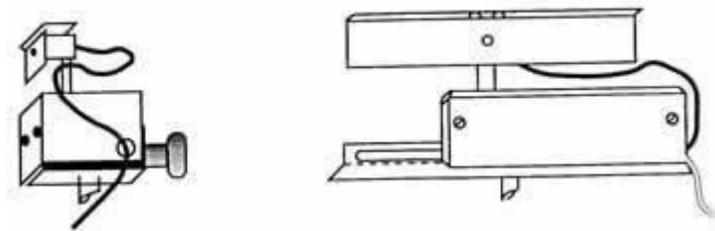
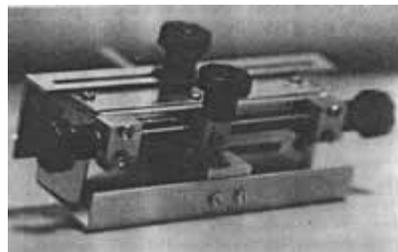
Laser He-Ne

Fenditure singole e doppie di varie dimensioni

Fenditura di larghezza variabile

Fili metallici di vario diametro

Reticoli di diffrazione di vario tipo



Attività:

1. Setup e taratura del sistema di acquisizione
2. Esplorazione di varie figure di diffrazione da varie strutture:
 - fenditura singola e doppia
 - filo singolo e doppio
 - foro circolare e doppio
 - reticolo di diffrazione
3. Analisi delle posizioni dei minimi di una figura di diffrazione da singola fenditura
4. Analisi delle posizioni dei massimi
5. Analisi dell'intensità dei picchi
6. Analisi della larghezza del massimo centrale

Ciascun corsista deve svolgere:

- le attività 1 e 2
- una fra le attività 3, 4, 5 e 6.

2 Modellizzazione

- attitudine al lavoro interpretativo
- formulazione e formalizzazione di modelli
- simulazione e interpretazione dei risultati
- confronto con l'esperimento
- correzione del modello
- previsione di situazioni

Materiale:

- PC
- Software come ambiente aperto per la modellizzazione
 - modello ondulatorio della luce
 - propagazione secondo il principio di Huygens-Fresnel
 - composizione delle onde secondo il principio di sovrapposizione
 - l'intensità misurata è la media temporale del quadrato dell'ampiezza risultante